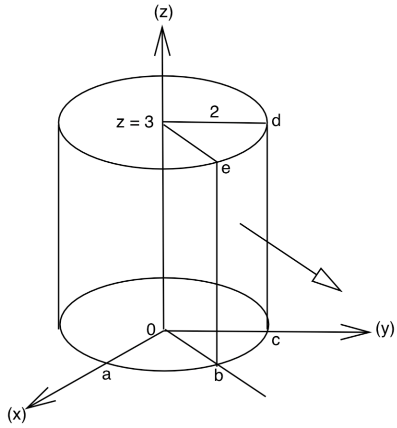
EC1311 Septiembre-Diciembre 2012 Soluciones a la segunda evaluación.

No. 1 Para la integral de línea, en los sectores ed y bc **B** y d**l** son perpendiculares y no contribuyen. Para ϕ = 0 **B** = 0 y sólo queda

$$\int_3^0 dz\frac{\cos(\pi/3)}{2} = -\frac{3}{4}$$



Para la integral de superficie **B** sólo tiene componentes en la dirección z y la expresión del rotacional en coordenadas cilíndricas deviene:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial B_z}{\partial\phi}\mathbf{a}_\rho = -\frac{\mathrm{sen}\phi}{\rho^2}\mathbf{a}_\rho$$

y su integral será:

$$-\int_0^3 dz\int_{\pi/3}^{\pi/2}\frac{\mathrm{sen}\phi}{\rho^2}\rho d\phi = \frac{3}{\rho}\left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos\frac{\pi}{3}\right] = -\frac{3}{2}\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{3}{4}$$

No. 2 El flujo de **D** será igual a la carga encerrada

$$q = \rho_{so}\int_0^a e^{-\rho}\rho d\rho\int_0^{2\pi}d\phi = 2\pi\rho_{so}\left[e^{-\rho}(-\rho-1)\right]_0^a = 2\pi\rho so\left[1-e^{-a}(1+a)\right]$$

No. 3 Aplicando la ley de Biot-Savart, hay que encontrar el producto d**l** x $\mathbf{a}_R$. En los tramos 2-3 y 4-1 ambos vectores son paralelos y su producto vectorial es nulo. En el tramo 1-2 se tiene R = a y d**l** = a dϕ $\mathbf{a}_\phi$, con lo cual

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{\mu_o I}{4\pi a^2}\int a\, d\phi\mathbf{a}_\phi \times(-\mathbf{a}_\rho) = \frac{\mu_o I}{4\pi a^2}\int_0^{\phi_o}d\phi\mathbf{a}_z = \frac{\mu o I\phi_o}{4\pi a}\mathbf{a}_z$$

En el tramo 3-4 se tiene R = b y d**l** = –b dϕ $\mathbf{a}_\phi$, en donde se ha tomado en cuenta que se va en contra del crecimiento de la variable ϕ. El resultado final será:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_o I\phi_o}{4\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\mathbf{a}_z$$

No. 4 Como **A** sólo tiene componentes en la dirección z, se tendrá:

$$\nabla^2 A_z = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right) = -\mu_o J_z \qquad \rho\frac{\partial A_z}{\partial\rho} = \rho(-20)\rho^{-3} = -20\rho^{-2}$$

$$\nabla^2 A_z = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(-20\rho^{-2}) = 40\rho^{-4} \qquad J_z = -\frac{\nabla^2 Az}{\mu_o} \qquad \mathbf{J} = -\frac{40\mathbf{a}_z}{\mu_o\rho^4}\ \frac{A}{m^2}$$